МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ
ПО МАТЕМАТИКА – VII клас, 16 юни 2022 г.

Вариант 1

ПЪРВА ЧАСТ (60 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 18. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $-20,5+0,5\left(-\frac{1}{5}\right)$ е:

А) $-20,6$

Б) $-20,4$

В) -4

Г) 4

2. Стойността на израза $a^2-2ab+b^2$ при $a=6,5$ и $b=3,5$ е:

А) 3

Б) 9

В) 10

Г) 100

3. Изразът $a^2-2ab+3a-6b$ е тъждествено равен на израза:

А) $(a+2b)(a-3)$

Б) $(a-2b)(a-3)$

В) $(a-2b)(a+3)$

Г) $(a+2b)(a+3)$

4. Коренът на уравнението $3x+4-(x-4)=0$ е:

А) -8

Б) -4

В) 0

Г) 4

5. Решенията на неравенството $x \le -\frac{1}{5}$ са представени с интервала:

А) $x \in \left(-\frac{1}{5}; +\infty\right)$

Б) $x \in \left[-\frac{1}{5}; +\infty\right)$

В) $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{5}\right)$

Г) $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]$

6. В един клас има 25 ученици, от които 18 са момчета. Колко процента са момичетата в този клас?

А) 72%

Б) 28%

В) 18%

Г) 7%

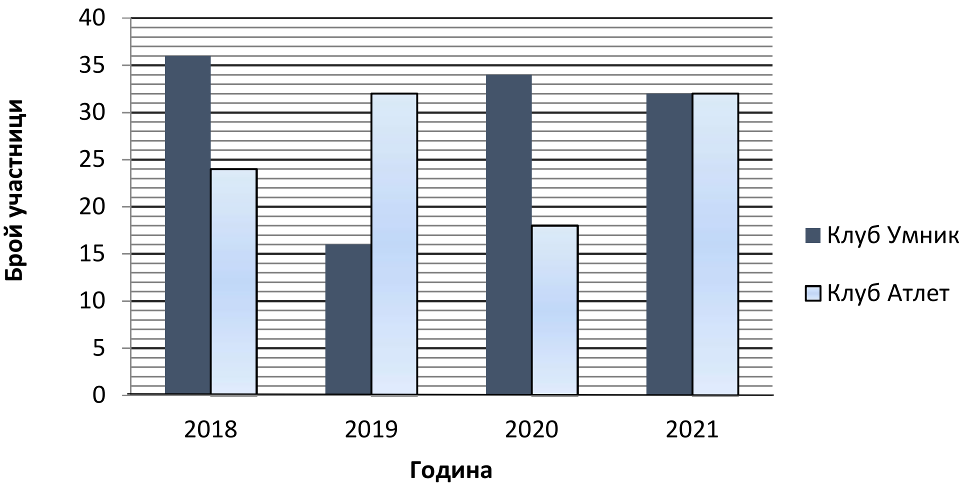
7. По данните от диаграмата определете годината, в която отношението на участниците в клуб „Умник“ към участниците в клуб „Атлет“ е най-голямо.

А) 2018

Б) 2019

В) 2020

Г) 2021



8. Решенията на уравнението $|x-4|-5=-2$ са:

А) 1 и 7

Б) -1 и 7

В) -7 и 1

Г) -7 и -1

9. В кутия са поставени 3 жълти, 2 зелени и 2 червени топчета. На случаен принцип се изтегля едно топче. Каква е вероятността изтегленото топче да **НЕ** е жълто?

А) $\frac{2}{7}$

Б) $\frac{3}{7}$

В) $\frac{4}{7}$

Г) $\frac{5}{7}$

10. Мария има a лева, с които може да си купи точно два шоколада по 2 лева и три вафли с еднаква цена. Изразът, който представя цената на една вафла в лева, е:

А) $\frac{a-2}{3}$

Б) $a-4$

В) $\frac{a+4}{3}$

Г) $\frac{a-4}{3}$

11. Мярката на ъгъл, който е $\frac{5}{4}$ от своя съседен, е равна на:

А) $144°$

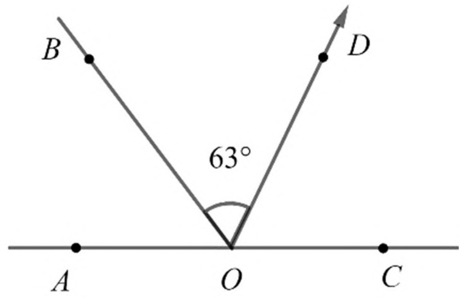
Б) $100°$

В) $80°$

Г) $36°$

Чертежите са само за илюстрация. Те не са начертани в мащаб и не са предназначени за директно измерване на дължини и на ъгли.

12. На чертежа точката O лежи на правата AC и $\overrightarrow{OD}$ е ъглополовящата на $\sphericalangle BOC$. Мярката на $\sphericalangle AOB$ е:



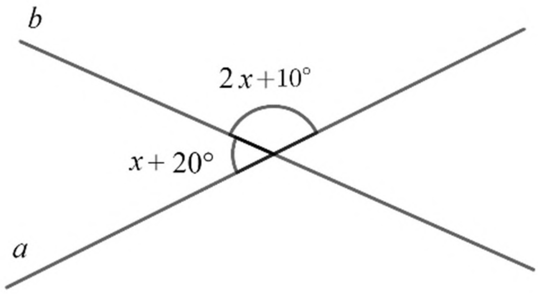
А) $126°$

Б) $117°$

В) $63°$

Г) $54°$

13. По данните от чертежа мярката на по-малкия ъгъл, получен при пресичането на правите a и b, е:



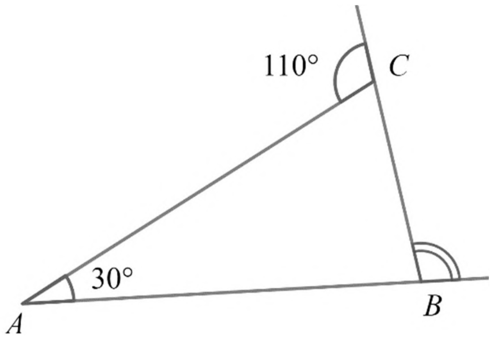
А) $110°$

Б) $70°$

В) $50°$

Г) $30°$

14. По данните от чертежа градусната мярка на външния ъгъл при върха B на ΔABC е:



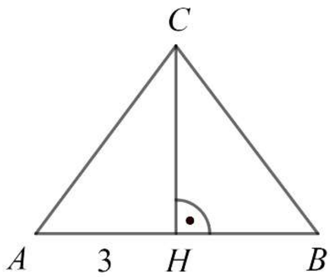
А) $80°$

Б) $100°$

В) $110°$

Г) $140°$

15. На чертежа ΔABC е равнобедрен $(AC = BC)$, CH е височина, $AH = 3$ cm и $AH : HC = 3 : 4$. Дължината на бедрото BC е:



А) 3 cm

Б) 4 cm

В) 5 cm

Г) 6 cm

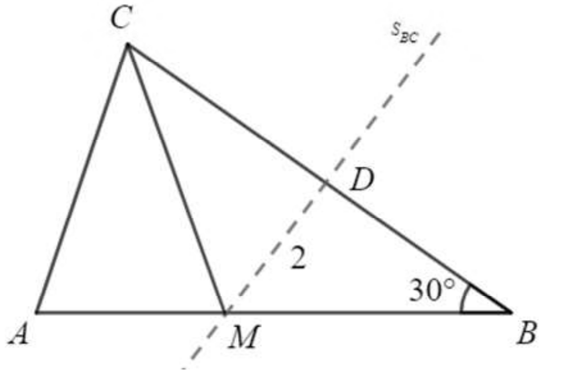
16. На чертежа в ΔABC $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ и симетралата на страната BC пресича страните AB и BC съответно в точките M и D. Ако $MD = 2$ cm, дължината на отсечката CM е:

А) 6 cm

Б) 4 cm

В) 3 cm

Г) 2 cm



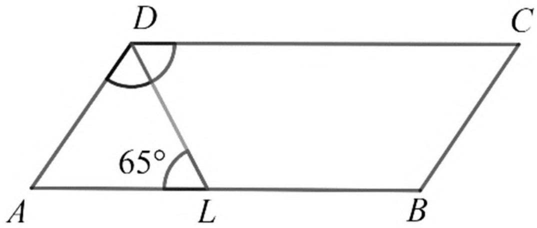
17. В успоредника $ABCD$ DL е ъглополовящата на ъгъла при върха D и $\sphericalangle ALD = 65^\circ$. Мярката на $\sphericalangle DAB$ е:

А) 50°

Б) 60°

В) 65°

Г) 130°



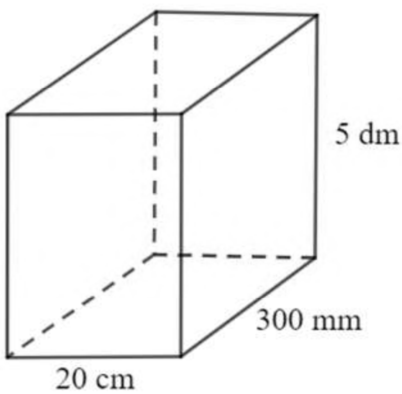
18. Трите измерения на правоъгълен паралелепипед са 20 cm, 300 mm и 5 dm. Обемът му в кубически дециметри е:

А) 3

Б) 30

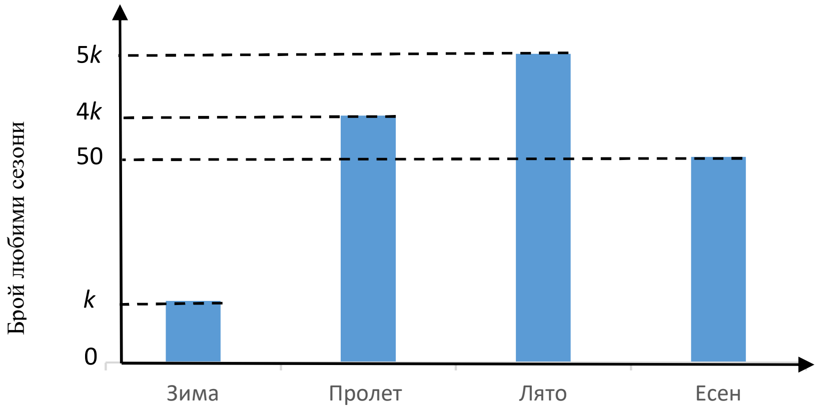
В) 300

Г) 3000



<u>За задачи 19. и 20. в листа за отговори запишете буквата на въпроса и Вашия отговор срещу нея.</u>

19. Социологическа агенция направила проучване сред 200 човека за любимия им сезон от годината. На диаграмата са представени данните от проучването, като всеки анкетиран е посочил само един сезон.



А) По данните от диаграмата определете стойността на k.

Б) Намерете отношенията на броя на анкетираните според избора им на любим сезон, както следва Пролет : Есен и Лято : Зима. *Запишете отношенията като несъкратима дроб.*

В) С колко процента ще се увеличи броят на анкетираните, ако към проучването се включат още 50 човека?

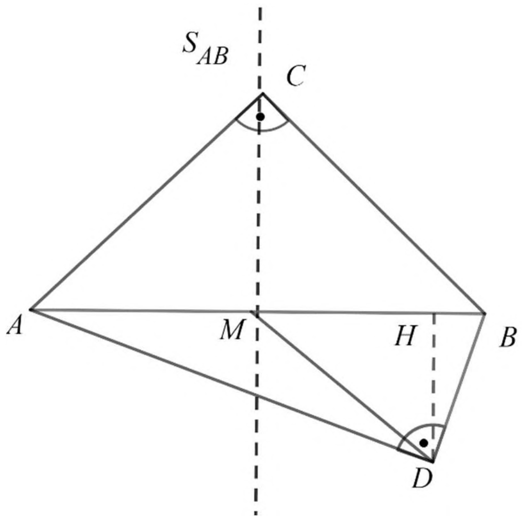
20. На чертежа правоъгълните ΔABC и ΔABD са с обща хипотенуза AB. Точката C е от симетралата на отсечка AB и $\sphericalangle BAD : \sphericalangle ABD = 1:5$. Ако точката M е средата на отсечката AB и $DM = 5$ cm, то намерете и запишете:

А) дължината на отсечката AB (в cm);

Б) лицето на ΔABC (в cm^2);

В) градусната мярка на $\sphericalangle BAD$;

Г) лицето на ΔABD (в cm^2).



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

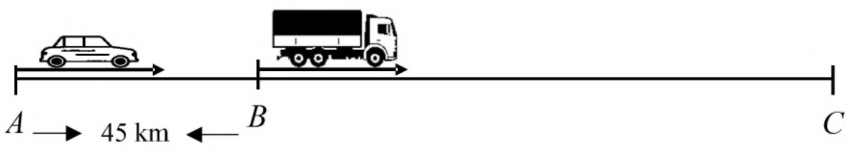
НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ ПО МАТЕМАТИКА – VII клас, 16 юни 2022 г.

Вариант 1

ВТОРА ЧАСТ (90 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки и чертежи на задачите от 21. до 23. включително запишете в свитъка за белова!

21. Град B е между градовете A и C, а разстоянието между градовете A и B е 45 km. В 9 часа̀ от град B към град C тръгва камион със скорост 60 km/h, а в 10 часа̀ и 45 минути от град A към C тръгва лека кола със скорост 85 km/h, която настига камиона на 34 km преди град C.



Намерете:

А) в колко часа̀ колата е настигнала камиона;

Б) в колко часа̀ леката кола е пристигнала в град C;

В) колко километра е разстоянието от град A до град C;

Г) колко литра гориво е изразходила леката кола за пътуването от град A до град C, ако разходът ѝ за 100 km е 6 литра.

22. А) Решете неравенството $2x-\frac{2}{3}\left(6-\frac{4-5x}{2}\right)<-4$ и уравнението $2|y+5|=1+|y+5|$.

Запишете кои от корените на уравнението са решения и на неравенството и обосновете отговора си**.**

Б) Разложете на множители многочлена $M=ax^2-bx+45$, където коефициентът a е най-малката стойност на израза $(x+3)^2+1$ и $b=\frac{|-13|+(-13)^0}{(-1)^{2022}}$.

23. Правоъгълният ΔABC е с хипотенуза AB, AL $(L \in BC)$ е ъглополовящата на $\sphericalangle CAB$ и $\sphericalangle CAB : \sphericalangle ABC = 2:1$. През точка L е построена права, успоредна на AC, която пресича AB в точка N, а точка M е средата на BN.

А) Намерете градусните мерки на острите ъгли на ΔABC.

Б) Определете вида на ΔALN според страните и според ъглите.

В) Докажете, че $\Delta AML \cong \Delta BNL$.

Г) Пресметнете периметъра на ΔNML, ако $BN = 6$ cm.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – VII клас, 16 юни 2022 г.

Ключ с верните отговори – **Вариант 1**

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	А	2
2	Б	2
3	В	3
4	Б	2
5	Г	2
6	Б	3
7	В	3
8	А	3
9	В	3
10	Г	3
11	Б	3
12	Г	3
13	Б	3
14	Б	3
15	В	3
16	Б	3
17	А	3
18	Б	3
19	**Общ брой точки:**	**7 точки, от които:**
19 А)	$k=15$ или 15	**2 точки**
19 Б)	$6:5$ и $5:1$ или $\frac{6}{5}$ и $\frac{5}{1}$ ***Частичен отговор***: $60:50$ и $75:15$ или $\frac{60}{50}$ и $\frac{75}{15}$	**2 точки** **1 точка**

19 В)	25%	**3 точки**
20	**Общ брой точки:**	**8 точки, от които:**
20 А)	10 cm	**1 точка**
20 Б)	25 cm^2	**2 точки**
20 В)	$\sphericalangle BAD = 15°$ или 15°	**2 точки**
20 Г)	12,5 cm^2	**3 точки**
21	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
21 А)	Леката кола настига камиона в 16 h 45 min.	**7 точки**
21 Б)	Леката кола пристига в град C в 17 h 9 min.	**2 точки**
21 В)	Разстоянието от град A до град C е 544 km.	**1 точка**
21 Г)	Леката кола е изразходвала 32,64 L гориво.	**2 точки**
22	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
22 А)	$x \in (-\infty; -4)$ $y_1 = -4$ или $y_2 = -6$ ***Извод:*** $y_1 = -4$ не е решение на неравенството, а $y_2 = -6$ е решение на неравенството.	**7 точки, от които:** **3 точки** **3 точки** **1 точка**
22 Б)	$a = 1$, $b = 14$ и $M = x^2 - 14x + 45 = (x-9)(x-5)$	**5 точки**
23	**Общ брой точки:**	**11 точки, от които:**
23 А)	$\sphericalangle CAB = 60°$, $\sphericalangle ABC = 30°$	**2 точки**
23 Б)	ΔALN е равнобедрен и тъпоъгълен	**2 точки**
23 В)	За доказване, че $\Delta AML \cong \Delta BNL$ независимо по кой признак	**4 точки**
23 Г)	$P_{\Delta NML} = 9$ cm	**3 точки**

Задача 21. *Примерно решение:*

А)

	Време на пътуване до настигането (изразено чрез x)	**Скорост**	**Път до срещата (изразен чрез x)**
камион	$x + 1\frac{3}{4}$ h	60 km/h	$60.\left(x + 1\frac{3}{4}\right)$ km
лека кола	x h	85 km/h	$85.x$ km

$85.x = 60.\left(x + 1\frac{3}{4}\right) + 45 \qquad ДС: x > 0$

$85x - 60x = 150$

$25x = 150$

$x = 6, \ 6 > 0$

До настигането на камиона леката кола е пътувала 6 часа.

Тъй като $45\min = \frac{3}{4}h$ и леката кола е тръгнала в 10 часа̀ и 45 минути , което е $10\frac{3}{4}\mathrm{h}$, то:

$10\frac{3}{4}\mathrm{h} + 6\,\mathrm{h} = 16\frac{3}{4}\mathrm{h}$

Настигането е станало в 16 h 45 min.

Б) Останалите 34 km леката кола е изминала със същата скорост за време

$\mathrm{t} = \frac{S}{\mathrm{v}} = \frac{34}{85} = \frac{2}{5}\ \mathrm{h}, \ \frac{2}{5}.60 = 24\ \min.$

След 16 h 45 min леката кола е пътувала още 24 min, т.е. в 17 h 9 min тя е пристигнала в град *C*.

В) От град *A* до настигането на камиона леката кола е пътувала 85 . 6 = 510 km, след това още 34 km или 510 + 34 = 544 km е разстоянието от град *A* до град *C*.

Г)

$\frac{100}{6} = \frac{544}{x}$

$x = \frac{544.6}{100}$

Леката кола е изразходвала 32,64 *L* гориво.

Задача 22. *Примерно решение*

А) $2x - \frac{2}{3}\left(6 - \frac{4-5x}{2}\right) < -4$

$2x - \frac{2}{3}.6 + \frac{2}{3}.\frac{4-5x}{2} < -4$

$2x - 4 + \frac{4-5x}{3} < -4$

$6x + 4 - 5x < 0$

$x < -4 \qquad x \in (-\infty; -4)$

$2|y+5| = 1+|y+5|$

$2|y+5| - |y+5| = 1$

$|y+5| = 1$

$y+5=1$ или $y+5=-1$

$y_1 = -4$ $\qquad$ $y_2 = -6$

Извод: $y_1 = -4$ не е решение на неравенството, а $y_2 = -6$ е решение на неравенството.

Б) Тъй като $(x+3)^2 \geq 0$ за всяко число, то най-малката стойност, която може да приема изразът $(x+3)^2$, е 0.

Следователно най-малката стойност на израза $(x+3)^2+1$ е равна на 1 и $a=1$.

$$b = \frac{|-13|+(-13)^0}{(-1)^{2022}} = \frac{13+1}{1} = 14$$

Тогава многочленът е $x^2 - 14x + 45$.

Разлагане на $M = x^2 - 14x + 45$

I начин: $M = x^2 - 14x + 45 = x^2 - 9x - 5x + 45 =$

$= x(x-9) - 5(x-9) = (x-9)(x-5)$

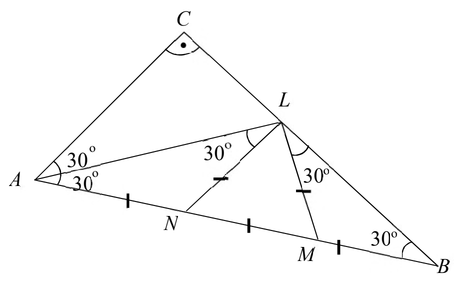
II начин: с отделяне на точен квадрат:

$M = x^2 - 14x + 45 = x^2 - 2.7.x + 7^2 - 7^2 + 45 = (x-7)^2 - 4 =$

$= (x-7)^2 - 2^2 = (x-7-2)(x-7+2) = (x-9)(x-5)$

Задача 23. *Примерно решение*:

А) $\sphericalangle CAB = 2x, \sphericalangle ABC = x$



$\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC = 90°$

$2x + x = 90°$

$3x = 90°$

$x = 30°$

$\Rightarrow \sphericalangle CAB = 60°, \sphericalangle ABC = 30°$ (1)

Б) $\sphericalangle BAL = \sphericalangle CAL = 30^\circ$

(AL е ъглополовяща на $\sphericalangle CAB$) (2)

$\sphericalangle CAL = \sphericalangle ALN = 30^\circ$ (кръстни ъгли) (3)

От (2) и (3) $\Rightarrow$ $\sphericalangle NAL = \sphericalangle ALN = 30^\circ$ (4)

$\Rightarrow \Delta ALN$ е равнобедрен (5) и тъпоъгълен.

В) От (2) и (4) $\Rightarrow \sphericalangle BAL = \sphericalangle ABL = 30^\circ$ (6) $\Rightarrow \Delta ABL$ е равнобедрен

$\Rightarrow AL = BL$ (7) и $\sphericalangle ALB = 120^\circ$

$\sphericalangle BLN = \sphericalangle ALB - \sphericalangle ALN = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ (8) (следва от успоредността)

ΔBLN : правоъгълен с т. M – среда на BN

$\Rightarrow LM = \frac{1}{2} BN = MN = MB$ (медиана към хипотенузата) (9)

ΔBLM е равнобедрен $\Rightarrow \sphericalangle BLM = \sphericalangle MBL = 30^\circ$

$\sphericalangle ALM = \sphericalangle ALB - \sphericalangle BLM = 90^\circ$ (10)

Разглеждаме ΔAML и ΔBNL

1. $\sphericalangle BAL = \sphericalangle ABL$ (от (6))
2. $\sphericalangle ALM = \sphericalangle BLM$ (от (8) и (10))
3. $AL = BL$ (7)

$\Rightarrow \Delta AML \cong \Delta BNL$ по втори признак (11)

Г) ΔBLN : правоъгълен с т. M – среда на $BN \Rightarrow LM = NM = \frac{BN}{2} = 3$ cm

ΔAML : правоъгълен с т. N – среда на $AM \Rightarrow LN = NM = \frac{AM}{2} = 3$ cm.

$\Rightarrow \Delta MNL$ е равностранен и $LM = LN = MN = 3$ cm

$P_{\Delta NML} = 3.MN = 3.3 = 9$ cm

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

МАТЕМАТИКА VII КЛАС

ФОРМУЛИ

Формули за съкратено умножение	**Абсолютна стойност (модул) на число**
$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$	$\lvert a \rvert = \begin{cases} -a, \text{ ако } a < 0 \\ 0, \text{ ако } a = 0 \\ a, \text{ ако } a > 0 \end{cases}$

Степени		
Ако $a \neq 0$ и $b \neq 0$ са рационални числа и m и n са цели числа, то:		
$a^m . a^n = a^{m+n}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$
$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	$(a.b)^n = a^n.b^n$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
$a^0 = 1$	$(-1)^{2n} = 1$	$(-1)^{2n+1} = -1$

Случайно събитие

Вероятност на случайно събитие $= \dfrac{\textit{Брой благоприятни изходи}}{\textit{Брой на всички възможни изходи}}$

Триъгълник

Произволен триъгълник

Периметър $P = a + b + c$, където a, b и c са дължините на страните на триъгълника.

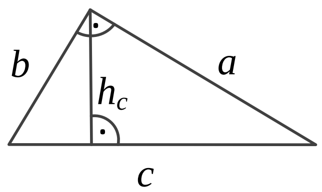
Лице $S = \frac{1}{2}c.\,h_c = \frac{1}{2}a.\,h_a = \frac{1}{2}b.\,h_b$, където h_a, h_b и h_c са височините на триъгълника съответно към страните a, b и c.

Правоъгълен триъгълник

Лице $S = \frac{1}{2}a.b = \frac{1}{2}c.h_c$

Питагорова теорема

$c^2 = a^2 + b^2$

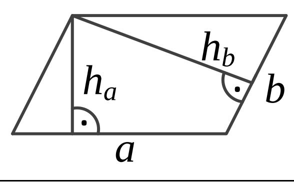


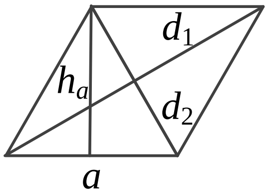
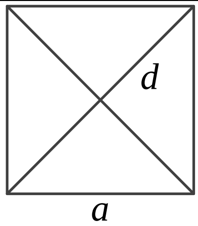
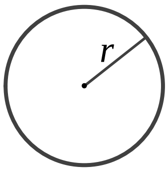
Четириъгълник

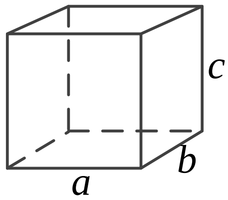
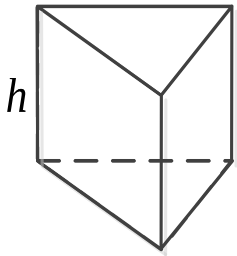
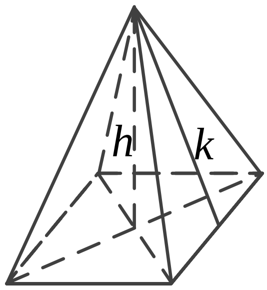
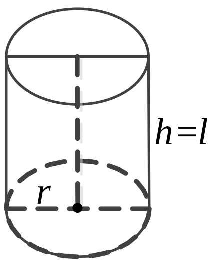
Успоредник

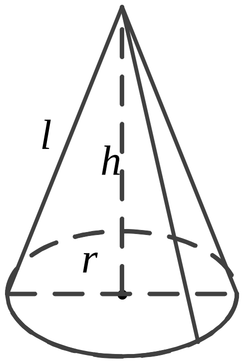
Периметър $P = 2a + 2b = 2(a+b)$

Лице $S = a.h_a = b.h_b$



Ромб Периметър $P = 4a$ Лице $S = a\,.\,h$ $S = \frac{1}{2} d_1\,.\,d_2$, където d_1 и d_2 са диагоналите на ромба.	
Квадрат Периметър $P = 4a$ Лице $S = a^2$ $S = \frac{1}{2} d^2$, където d е диагоналът на квадрата.	
Окръжност, кръг	
Дължина на окръжност $C = 2.\pi.r$ Лице на кръг $S = \pi.r^2$	

Правоъгълен паралелепипед	
Лице на околна повърхнина $S = 2c(a+b)$ Лице на повърхнина $S_1 = 2(ab+bc+ca)$ Обем $V = a.b.c$	
Права призма	
P – обиколка на основата B – лице на основата Лице на околна повърхнина $S = P.h$ Лице на повърхнина $S_1 = S + 2.B$ Обем $V = B.h$	
Правилна пирамида	
k – апотема P – обиколка на основата B – лице на основата Лице на околна повърхнина $S = \frac{P.\,k}{2}$ Лице на повърхнина $S_1 = S + B$ Обем $V = \frac{1}{3}.B.h$	
Прав кръгов цилиндър	
Лице на околна повърхнина $S = 2.\pi.r.h$ Лице на повърхнина $S_1 = 2.\pi.r.(h+r)$ Обем $V = \pi.\,r^2.\,h$	

Прав кръгов конус	
l – образуваща Лице на околна повърхнина $S = \pi . r . l$ Лице на повърхнина $S_1 = S + B = \pi . r . \left(l + r \right)$ Обем $V = \dfrac{\pi . r^2 . h}{3}$	
Сфера и кълбо	
Лице на повърхнина на сфера $S = 4 . \pi . r^2$ Обем на кълбо $V = \dfrac{4}{3} . \pi . r^3$