30 ЗАДАЧИ НА 30 ЕЗИКА: ОТГОВОРИ

Созопол, септември 2018

1: C	2: B	3: E	4: B	5: A	6: E	7: B	8: D	9: C	10: A
11: B	12: E	13: D	14: E	15: A	16: C	17: E	18: D	19: C	20: D
21: C	22: D	23: A	24: E	25: B	26: B	27: D	28: A	29: D	30: A

*	#	Език	Language		*	#	Език	Language
English	28	английски	English		Svenska	8	шведски	Swedish
Français	12	френски	French		Türkçe	19	турски	Turkish
Deutsch	27	немски	German		Русский	26	руски	Russian
Italiano	1	италиански	Italian		Polski	9	полски	Polish
Български	22	български	Bulgarian		Español	6	испански	Spanish
Македонски	11	македонски	Macedonian		Ελληνικά	15	гръцки	Greek
Português	3	португалски	Portuguese		Shqip	7	албански	Albanian
Nederlands	14	холандски	Dutch		Slovenčina	2	словашки	Slovak
Română	21	румънски	Romanian		Slovenščina	4	словенски	Slovene
Esperanto	24	есперанто	Esperanto		Српски	29	сръбски	Serbian
Українська	13	украински	Ukrainian		Suomi	23	фински	Finnish
Беларуская	18	белоруски	Belarusian		Eesti	16	естонски	Estonian
Hrvatski	20	хърватски	Croatian		Čeština	5	чешки	Czech
Filipino	30	филипински	Filipino		Norsk	10	норвежки	Norwegian
Lietuvių	17	литовски	Lithuanian		Magyar	25	унгарски	Hungarian

[1IT] Qual è il più grande fra i seguenti numeri:

A) 15^{12} B) 6^{18} C) 4^{24} D) 3^{30} E) $5^{18}.2^6$

Which one is the largest among the following numbers:

Ans. C. These are the sixth powers of $15^2=225$, $6^3=216$, $4^4=256$, $3^5=243$, $5^3.2=250$.

Кое е най-голямото от следните числа:

Отг. C. Това са шестите степени на числата $15^2=225$, $6^3=216$, $4^4=256$, $3^5=243$, $5^3.2=250$.

[2SK] Štyria pracovníci zarobili spolu 666€. Druhý zarobil dvakrát toľko ako prvý, tretí o 91€ viac než druhý a štvrtý o 19€ menej než prvý. Koľko eura zarobil druhý?

A) 189 B) 198 C) 216 D) 234 E) 289

Four workers earned a total of 666€. The second earned twice as much as the first, the third one by 91€ more than the second and the fourth one by 19€ less than the first. How much Euro did the second earn?

Ans. B: If the first one has earned x€, the second one has earned $2x$€, the third one $2x+91$€, the fourth one $x-19$€ and $6x+72=666$. Hence $x=99$ and $2x=198$.

Четирима работници са спечелили общо 666 евро. Вторият спечелил два пъти повече от първия, третият с 91 евро повече от втория и четвъртият с 19 евро по-малко от първия. Колко евро спечелил вторият?

Отг. B: Ако първият е спечелил x€, вторият е спечелил $2x$€, третият $2x+91$€, четвъртият $x-19$€ и $6x+72=666$. Оттук $x=99$ и $2x=198$.

[Três=3PT] O total de múltiplos de três com quatro algarismos distintos escolhidos entre 1, 2, 3, 4, 5 e 6 é:

A) 72 B) 84 C) 96 D) 108 E) Outra resposta

The number of multiples of three with four distinct digits chosen between 1, 2, 3, 4, 5 and 6 is:

Броят на кратните на три с четири различни цифри сред 1, 2, 3, 4, 5 и 6 е:

Отг. E. Навсякъде в решението остатъците са при деление на 3. Ако има две цифри с остатък 0 ($4.3=12$ варианта за местата на 3 и 6), то има 4 избора за цифрата (1, 2, 4 или 5) първата неизбрана позиция и 2 избора за другата неизбрана, общо $12.4.2=96$ числа. Не може да има точно една цифра с остатък 0. Ако няма цифри с остатък 0, то трябва да се използват четирите други цифри и вариантите са $4!=24$. Общо има $96+24=120$ числа.

Втори начин. Има $6!=720$ възможни наредби на шестте цифри. От тях трябва да изключим цифрите 3 и 6 (1 избор) или по една от $\{1;4\}$ и $\{2;5\}$ ($2.2=4$ избора). Всяко от търсените числа може да се получи от шестцифрено число с добавка на двете оставащи цифри ($5.6=30$ избора за позициите). Отговор: $720.(1+4):30=120$.

[4SI] Kolikšna je ploščina pravilnega 12-kotnika, ki je včrtan krogu s polmerom 9 cm?

A) 234 cm^2 B) 243 cm^2 C) 324 cm^2 D) 342 cm^2 E) 432 cm^2

What is the area of a regular 12-gon inscribed in a circle of radius 9 cm?

Какво е лицето на правилен 12-ъгълник, вписан в окръжност с радиус 9 cm?

Отг. B: Има 12 сектора с основа 9 cm и височина 9/2 cm, така че лицето е $12.9.9/4=243$ cm^2.

[Pět=5CZ] Ze skupiny pěti děvčat a čtyř chlapců se vylosuje celkem pět dětí. Jaká je pravděpodobnost, že v pětici vylosovaných jsou tři děvčata a dva chlapci?

A) 10/21 B) 3/7 C) 8/21 D) 5/14 E) 20/63

From a set of five girls and four boys we choose five kids. What is the probability that the chosen ones are three girls and two boys?

От пет момичета и четири момчета се избират случайно общо пет деца. Каква е вероятността избраните пет да са три момичета и две момчета?

Отг. A: Има $_5C_3=10$ избора за момичетата, $_4C_2=6$ избора за момчетата и общо $_9C_5=126$ избора за децата. Отговор: $10.6:126=10/21$.

[Seis=6ES] Seis chicas y cinco chicos desean que les hagan una foto a todos juntos en fila. En dicha foto no deben aparecer ni dos chicas ni dos chicos juntos. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse?

A) 14400 B) 28800 C) 43200 D) 57600 E) 86400

Six girls and five boys want to make a picture in one row There should not be two girls or two boys next to each other. In how many different ways can they be arranged?

Шест момичета и пет момчета искат да направят обща снимка в една редица На снимката не трябва да има две момичета или две момчета едно до друго. По колко различни начини могат да се наредят?

Отг. Е: $6!.5!=86400$.

[7AL] Cila mbetje fitohet kur numri 2018 pjesëtohet me numrin 7? A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

What is the remainder if we divide the number 2018 by the number 7?

Какъв остатък се получава, ако разделим числото 2018 на числото 7?

Отг. В: 2016 се дели на 7.

[Åtta=8SE] Åtta flickor och tre pojkar är på fest. På dansgolvet befinner sig just nu två par (flicka och pojke). Hur många möjligheter finns det för detta?

A) 144 B) 152 C) 162 D) 168 E) 180

Eight girls and three boys are at a party. At the dance floor there are currently two couples (girl and boy). How many possibilities are there for this?

Осем момичета и три момчета са на парти. На дансинга в момента има две двойки (момиче и момче). Колко възможности има за това?

Отг. D. Има три избора коя двойка момчета да изберем, 8 избора за избраницата на единия и 7 за другия, общо $3.8.7=168$.

[9PL] Każda z liczb a, b, c, d, e jest równa 1 lub -1. Znajdź najmniejszą możliwą wartość wyrażenia

$$ab+ac+ad+ae+bc+bd+be+cd+ce+de.$$

A) 2 B) 0 C) -2 D) -4 E) Żaden z tych

Each of the numbers a, b, c, d, e is equal to 1 or -1. Find the smallest possible value of the expression

$$ab+ac+ad+ae+bc+bd+be+cd+ce+de.$$

Всяко от числата a, b, c, d, e е равно на 1 или -1. Намерете най-малката възможна стойност на израза

$$ab+ac+ad+ae+bc+bd+be+cd+ce+de.$$

Отг. С: Трябва бройките 1-ци и -1-ци да са максимално близки (ако едните са с поне две повече от другите и сменим знака на едно от тях, ще намалим стойността на израза). Това става например при три „1” и две „-1”, при което стойността е -2.

[Ti=10NO] Hvor mange binære strenger av lengde ti finnes det som ikke inneholder mer enn to nuller på rad? (Eksempel: 1110010100.)

A) 504 B) 508 C) 512 D) 516 E) Ingen av disse

How many binary strings of length ten exist that do not contain more than two zeros in a row? (Example: 1110010100.)

Колко двоични низа с дължина десет не съдържат повече от две съседни нули? (Пример: 1110010100.)

Отг. А. Нека b_n е броят на тези низове с дължина n. Имаме $b_0=1$, $b_1=2$, $b_2=4$ и $b_n=b_{n-1}+b_{n-2}+b_{n-3}$ при $n\geq 3$, понеже всеки такъв низ завършва с 1, 10 или 100, предшестван от подобен низ с дължина $n-1$, $n-2$ или $n-3$. Така получаваме $b_3=7$, $b_4=13$, $b_5=24$, $b_6=44$, $b_7=81$, $b_8=149$, $b_9=274$, $b_{10}=504$.

[11MK] За која вредност на x дропката $\dfrac{3x^2-18x+40}{2x^2-12x+20}$ има најголема вредност?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) ниту еден од овие одговори

For what value of x the value of the fraction $\dfrac{3x^2-18x+40}{2x^2-12x+20}$ is greatest?

За коя стойност на x дробта $\dfrac{3x^2-18x+40}{2x^2-12x+20}$ има най-голяма стойност?

Отг. В. Дробта е равна на $\dfrac{3}{2}+\dfrac{10}{2(x-3)^2+2}$ и вторият знаменател е най-малък при $x=3$.

[12FR] L'entier positif n a exactement six diviseurs naturels comptant 1 et lui-même. Le produit de quatre de ces diviseurs est 800. Trouvez n.

A) 32 B) 40 C) 50 D) 80 E) Autre réponse

The positive integer n has exactly six natural divisors, including 1 and itself. The product of four of these divisors is 800. Find n.

Естественото число n има точно шест естествени делители, включително 1 и себе си. Произведението на четири от тези делители е 800. Намерете n.

Отг. Е: Простите делители на n съдържат тези на 800, т.е. са 2 и 5. За да има шест естествени делителя, числото трябва да е $2^2.5^1$ или $2^1.5^2$. Шестте делителя са в три двойки с произведение n, така че произведението на шестте е n^3. Но $2^3.5^6$ не се дели на 800, докато $2^6.5^3$ дава частно 10. Следователно $n=2^2.5^1=20$.

[13UA] Знайти остачу від ділення числа $(2018^{181}-35)^{66}$ на 99.

A) 9 B) 18 C) 27 D) 36 E) Жодна з цих відповідей

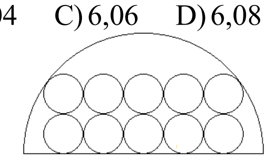
Find the remainder when $(2018^{181}-35)^{66}$ is divided by 99.

Намерете остатъка от делението на $(2018^{181}-35)^{66}$ с 99.

Отг. D. Тъй като 2018 е взаимнопросто с 99 и $\varphi(99)=60$, то $2018^{181}\equiv(2018^{60})^3.2018\equiv 1^3.(20.99+38)\equiv 38 \pmod{99}$ и $(38-35)^{66}\equiv 3^{66}\equiv 3^{60}.729\equiv 36 \pmod{99}$.

[14NL] Tien kleine cirkels met straal 1 raken aan elkaar en aan de rand van een grote halve cirkel, zoals is aangegeven in onderstaande figuur. Wat is de straal van de halve cirkel?

A) 6,02 B) 6,04 C) 6,06 D) 6,08 E) Een ander getal



Ten small circles with radius 1 touch each other and at the edge of a large semicircle, as shown in the figure below. What is the radius of the semicircle?

Десет малки кръга с радиус 1 се допират един до друг и до ръба на голям полукръг, както е показано на фигурата по-долу. Какъв е радиусът на полукръга?

Отг. Е. Радиусът на полукръга е равен на радиуса на горното ляво кръгче плюс разстоянието между центровете им, което е 5 от Питагоровата теорема. Отговор: $1+5=6$.

[15GR] Βρείτε το πλήθος των διψήφιων αρτίων αριθμών με διαφορετικά ψηφία (σαν 54 και 62, αλλά όχι σαν 44).

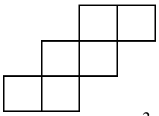
A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

Find the number of two-digit even numbers with different digits (like 54 and 62, but not 44).

Намерете броя на двуцифрените четни числа с различни цифри (като 54 и 62, но не 44).

Отг. А. Има 45 двуцифрени четни числа, от които четири имат еднакви цифри.

[16EE] Kuubi pinnalaotuse ümbermõõt on 168 cm. Kui suur on selle kuubi ruumala?



A) 216 cm^3 B) 864 cm^3 C) 1728 cm^3 D) 2160 cm^3 E) 2744 cm^3

The net of a cube has a circumference of 168 cm. What is the volume of the cube?

Разгъвката на куб има обиколка 168 cm. Какъв е обемът на куба?

Отг. C: Кубът има страна $168:14=12$ cm и обем $12^3=1728$ cm^3.

[17LT] Skaičius $6D9M2018$ dalijasi be liekanos iš 11. Kam lygi skaitmenų D ir M suma?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

The number $6D9M2018$ is divided without remainder by 11. What is the sum of the digits D and M?

Числото $6D9M2018$ се дели без остатък на 11. Какъв е сборът на цифрите D и M?

Отг. E. Трябва $D+M+0+8-(6+9+2+1)$ да се дели на 11, което е възможно само при $D+M=10$.

[18BY] Пры якім значэнні a ураўненне $x^4+4x^3+9x^2+10x=a$ мае адзін корань?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

For what value of a the equation $x^4+4x^3+9x^2+10x=a$ has one root?

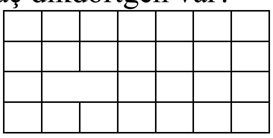
При коя стойност на a уравнението $x^4+4x^3+9x^2+10x=a$ има един корен?

Отг. D. Уравнението е еквивалентно на

$$x^4+4x^3+6x^2+4x+1+3x^2+6x+3=a+4$$
$$(x+1)^4+3(x+1)^2=a+4.$$

Ако $a=-4$, то има единствено решение $x=-1$. Ако $a<-4$, то няма решение. Ако $a>-4$, то има две решения $x=-1+t$ и $x=-1-t$.

[19TR] Resimde kaç dikdörtgen var?



A) 230 B) 234 C) 238 D) 246 E) 252

How many rectangles are there in the picture?

Колко правоъгълника има на чертежа?

Отг. C. Ако не липсваше едната отсечка, щеше да има $7+6+5+4+3+2+1=28$ избора за хоризонталния размер на правоъгълника и $4+3+2+1=10$ за вертикалния, общо $10.28=280$ правоъгълника. Сега трябва да изключим правоъгълниците, съдържащи в контура си липсващата отсечка: има 7 избора за хоризонталния им размер и 6 за вертикалния, общо $7.6=42$ правоъгълника. Отговор: $280-42=238$.

[20HR] Dvanaest se putnika raspoređuje u šest redova od kojih svaki ima dva mjesta, jedno do prozora i jedno uz prolaz. Na koliko načina se mogu rasporediti ako četvorica žele sjediti uz prozor, petorica uz prolaz, a preostaloj trojici je svejedno gdje sjede?

A) 8640 B) 17280 C) 259200 D) 1555200 E) Nijedan od tih

Twelve passengers are seated in six rows, each with two seats, one by the window and one by the corridor. How many ways are possible if four want to sit next to the window, five to the corridor, and the remaining three are OK with any place?

Дванадесет пътници се разполагат на шест реда, всеки с по две места, едно до прозореца и едно до коридора. Колко са възможните начини, ако четирима искат да седят до прозореца, пет до коридора, а на останалите трима им е все едно къде ще седят?

Отг. D. Имаме 6! начина за петимата до коридора, $6.5.4.3=360$ начина за четиримата до прозореца и 3! начина за останалите трима. Отговор: $6!.360.3!=1555200$.

[21RO] Divizorii numărului 3600 sunt scriși în ordine crescătoare: $d_1=1$, $d_2=2$, $d_3=3$ etc. Să se determine d_{26}.

A) 72 B) 75 C) 80 D) 90 E) Alt răspuns

The divisors of 3600 are written in increasing order: $d_1=1$, $d_2=2$, $d_3=3$ etc. Find d_{26}.

Делителите на числото 3600 са записани в нарастващ ред: $d_1=1$, $d_2=2$, $d_3=3$ и т.н. Намерете d_{26}.

Отг. C. Числото 3600 има $(4+1)(2+1)(2+1)=45$ делителя и е квадрат на средния подред от тях, т.е. $d_{23}=60$. Следват $d_{24}=72$, $d_{25}=75$, $d_{26}=80$.

[22BG] Във всяко поле на таблица 7×7 е записано 0, 1 или 2. Сборът от числата във всеки квадрат 3×3 е 9. Какъв е най-големият възможен сбор на числата в таблицата?

A) 54 B) 56 C) 57 D) 60 E) 63

In each field of a table 7×7 we write 0, 1 or 2. The sum of the numbers in each square 3×3 is 9. What is the largest possible sum of the numbers in the table?

Отг. D В лявата таблица, във всяка от зоните с еднакви букви сборът е не повече от 9, така че общият сбор е не повече от $6.9+3.2=60$. Дясната таблица сочи, че той може да е точно 60.

A	*A*	*A*	*B*	*B*	*B*	
A	*A*	*A*	*B*	*B*	*B*	*C*
A	*A*	*A*	*B*	*B*	*B*	*C*
D	*D*	*D*		*C*	*C*	*C*
D	*D*	*D*	*E*	*F*	*F*	*F*
D	*D*	*D*	*E*	*F*	*F*	*F*
	E	*E*	*E*	*F*	*F*	*F*

2	2	2	2	2	2	2
2	0	0	2	0	0	2
1	0	0	1	0	0	1
2	2	2	2	2	2	2
2	0	0	2	0	0	2
1	0	0	1	0	0	1
2	2	2	2	2	2	2

[23FI] Piste $(1;-3)$ on janan AB keskipiste ja $A=(-5;2)$. Määritä piste B.

A) $(7;-8)$ B) $(6;-8)$ C) $(7;-5)$ D) $(6;-5)$ E) Mikään näistä

The point $(1;-3)$ is midpoint of the segment AB and $A=(-5;2)$. Determine the point B.

Точката $(1;-3)$ е среда на отсечката AB и $A=(-5;2)$. Определете точката B.

Отг. A. Координатите на B са равни на удвоените съответни координати на средата минус тези на A.

[24EO] Ni posedas kvanton de ovoj malpli ol 999. Kiam oni grupigas ilin po 4, restas unu ovo, kiam oni grupigas ilin po 5, restas 2 ovoj, kiam ili grupiĝas po 6 restas 3 ovoj, grupiĝinte po 7 restas 4 ovoj kaj grupiĝinte po 8 restas 5 ovoj. Kiom da ovoj estas entute?

A) 117 B) 237 C) 417 D) 843 E) Alia respondo

We have an amount of eggs less than 999. When grouped in 4s, one egg remains; when grouped in 5s, two are left; when grouped in 6, 3 are left; when grouped in 7, 4 are left and when grouped in 8, 5 eggs remain. How many eggs are there?

Имаме количество яйца, по-малко от 999. Когато се групират по 4, остава едно яйце, когато се групират по 5, остават 2 яйца, когато групират по 6, остават 3 яйца, при групиране по 7 остават 4 яйца и при групиране по 8 остават 5 яйца. Колко са яйцата общо?

Отг. E: Ако добавим три яйца, броят ще се дели на 4, 5, 6, 7 и 8. Единственото такова число, по-малко от 999, е 840, така че търсеният брой е 837.

[25HU] A x és y prímszámokra $3^x = 2018 + y^2$. Hány ilyen számpár $(x; y)$ van?

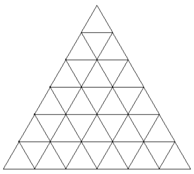
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

For the primes x and y we have $3^x = 2018 + y^2$. How many such pairs $(x; y)$ are there?

За простите числа x и y имаме $3^x = 2018 + y^2$. Колко такива двойки $(x; y)$ има?

Отг. B. При деление с 13 остатъкът на 2018 е 3, на 3^x може да е 1, 3 или 9, а на y^2 може да е 0, 1, 3, 4, 9, 10 или 12. Сравняването на остатъците сега показва, че единствената възможност за остатъка на y^2 е 0 и понеже y е просто, то $y = 13$. Оттук $x = 7$, т.е. има само една такава двойка $(x; y)$.

[26RU] Каждая сторона треугольника разбита на 6 равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбит на 36 треугольничков:



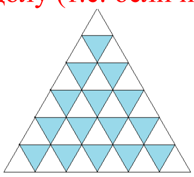
Змея – это последовательность треугольничков, в которой ни один не появляется дважды и каждый последующий имеет общую сторону с предыдущим. Каково наибольшее возможное количество треугольничков в змее?

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

A triangle is divided into 36 identical triangles by lines parallel to its sides. Call a *snake* a sequence of non-repeating small triangles, such that each subsequent has a common side with the previous one. How many triangles at most can be there in a snake?

Триъгълник е разделен на 36 еднакви триъгълничета с прави, успоредни на страните му. Да наречем *змия* редица от различни триъгълничета, такива че поредните имат обща страна. Колко триъгълничета най-много може да има в една змия?

Отг. B: В змията трябва да се редуват триъгълничета, обърнати нагоре и надолу (т.е. бели и тъмни на чертежа):



Понеже тъмните са 15, в змията може да има най-много $15 + 16 = 31$ триъгълничета (ако започва и завършва с бяло). Това е възможно, ако тя се движи по първия ред отляво надясно (без най-дясното поле), после по втория ред отдясно наляво (без най-лявото поле), по третия отляво надясно (без най-дясното поле), по четвъртия отдясно наляво (без най-лявото поле) и пр.

[27DE] Maria dividiert 2018 durch 1. Dann dividiert sie 2018 durch 2, 3, 4 usw. bis einschließlich 999. Sie schreibt für jede Division den verbleibenden Rest auf. Der größte Rest, den sie notiert hat, ist R. Was ist die Summe der Ziffern von R?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Maria divides 2018 by 1. Then she divides 2018 by 2, 3, 4, etc. up to and including 999. She writes down the remainder for each division. The largest remainder she has written is R. What is the sum of the digits of R?

Мария разделя 2018 на 1. След това разделя 2018 на 2, 3, 4 и т.н. до 999 включително. Тя записва остатъка от всяко деление. Най-големият остатък, който тя е записала, е R. Каква е сумата от цифрите на R?

Отг. D. При деление на 2018 с 673 получаваме остатък 672. По-голям остатък може да се получи само при деление с по-голямо число, но всички по-големи числа до 999 дават частно 2 и следователно по-малък остатък. Сборът на цифрите на 672 е 15.

[28EN] Call one of the fields of a table 11×13 *special*, if after its removal, the rest can be cut into squares 2×2 and 3×3. How many of the 143 fields are special?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

Ще наричаме едно поле от таблица 11×13 *специално*, ако след премахването му остатъкът може да се разреже на квадрати 2×2 и 3×3. Колко от 143-те полѐта са специални?

Отг. A: В лявата таблица всеки квадрат 2×2 покрива по равен брой четни и нечетни числа, а всеки квадрат 3×3 покрива с три повече от единия вид. Понеже четните са с 11 повече, ако има само един квадрат 1×1, той трябва да с покрива нечетно число, а останалата разлика (вече 12) може да се обере с квадрати 3×3. Също така, всеки квадрат 3×3 покрива по равен брой полѐта от трите остатъка при деление на 3, докато всеки квадрат 2×2 покрива по 2 от два от остатъците и по 0 от третия остатък. Понеже има четен брой полѐта с остатъци „1” и „2” и нечетен с „0”, квадратът 1×1 трябва да е при остатък „0”. Съчетавайки с намереното по-горе, правим извода, че квадратът 1×1 трябва да стои върху „3” в лявата таблица:

0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0
0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

По подобен начин заключаваме, че квадратът 1×1 трябва да стои върху „3” в средната таблица. Съчетавайки с лявата, разбираме, че 1×1 трябва да е в някое от 4-те полета, съдържащи „3” и в двете таблици. В долната таблица е показано покритие, подходящо за едното поле. За останалите три полѐта покритията са аналогични.

[29SR] Нека су x и y реални бројеви. Задате су реченице:

1. Ако је $x^2 > y^2$, онда је $x^3 > y^3$.
2. Ако је $x^4 > y^4$, онда је $x^6 > y^6$.
3. Ако је $x^3 > x^2$, онда је $x > 1$.
4. Ако је $y^3 > y^4$, онда је $0 < y < 1$.

Колико је међу овим реченицама тачних?

A) Ниједна B) Једна C) Две D) Три E) Све четири

Let x and y be real numbers. We have the statements:

1. If $x^2 > y^2$, then $x^3 > y^3$.
2. If $x^4 > y^4$, then $x^6 > y^6$.
3. If $x^3 > x^2$, then $x > 1$.
4. If $y^3 > y^4$, then $0 < y < 1$.

How many among these statements are correct?

A) Zero B) One C) Two D) Three E) All four

Нека x и y са реални числа. Дадени са твърденията:

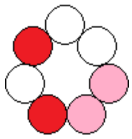
1. Ако $x^2 > y^2$, то $x^3 > y^3$.
2. Ако $x^4 > y^4$, то $x^6 > y^6$.
3. Ако $x^3 > x^2$, то $x > 1$.
4. Ако $y^3 > y^4$, то $0 < y < 1$.

Колко от тези твърдения са верни?

A) Нито едно B) Едно C) Две D) Три E) Всичките четири

Отг. D. Първото не е вярно, ако $x < 0$. Останалите са верни.

[30FP] Bilangin ang iba't ibang paraan ng pagkukulay sa isang pulseras na may 7 abaloryo kung ang bawat abaloryo ay maaari lamang kulayan gamit ang isa sa limang kulay: pula, puti, rosas, kahel, at lila.



A) 5895 B) 5865 C) 5835 D) 5805 E) iba pang sagot

Count the number of different ways of coloring a bracelet with 7 beads if each bead can only be colored using one out of the five colors: red, white, pink, orange, and purple.

Ans. A: A bracelet is the same when rotated or turned over. There are 5^7 ways of coloring the beads should they be arranged in a row. Since they are arranged in a circle, then each coloring is counted 14 times (7 clockwise and 7 counterclockwise) except for the 5 colorings that use exactly one color (counted just once) and for the other 7.5^4-5 colorings that are preserved when turned upside down (these are of type *abcdcba*, where *a, b, c, d* are not necessarily different colors; they are counted 7 times each). Hence, the total number of colorings is

$$\frac{5^7-5-7(5^4-5)}{14}+5+\frac{7(5^4-5)}{7}=\frac{5^7+6\cdot 5+7\cdot 5^4}{14}=5895.$$

The result can be obtained by the Cauchy-Frobenius Lemma since $|G|=14$; $|\mathrm{Fix(identity)}|=5^7$, $|\mathrm{Fix(each\ of\ the\ 6\ other\ rotations)}|=5$, $|\mathrm{Fix(each\ of\ the\ 7\ flips)}|=5^4$.

Колко са всички гривни със 7 мъниста, ако всяко мънисто може да е червено, бяло, розово, оранжево или лилаво?

Отг. A: Гривната не се променя при завъртане или обръщане. Има 5^7 оцветявания, ако мънистата са на един ред. Понеже са по окръжност, всяко оцветяване е броено 14 пъти (7 по часовата стрелка и 7 обратно) освен петте едноцветни гривни (броени веднъж) и останалите 7.5^4-5 гривни, които не се променят при преобръщане (от тип *abcdcba*, където *a, b, c, d* са не непременно различни цветове; тези са броени по 7 пъти). Така броят на гривните е

$$\frac{5^7-5-7(5^4-5)}{14}+5+\frac{7(5^4-5)}{7}=\frac{5^7+6\cdot 5+7\cdot 5^4}{14}=5895.$$

Можем да получим това и от Лемата на Коши-Фробениус, понеже $|G|=14$; $|\mathrm{Fix(identity)}|=5^7$,
$|\text{Fix(всяка от 6-те други ротации)}|=5$,
$|\text{Fix(всяко от 7-те преобръщания)}|=5^4$.